

HOOFDSTUK 2

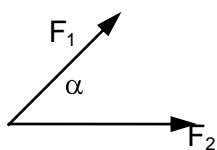
SAMENSTELLEN EN ONTBINDEN VAN SNIJDENDE KRACHTEN

OPGAVEN

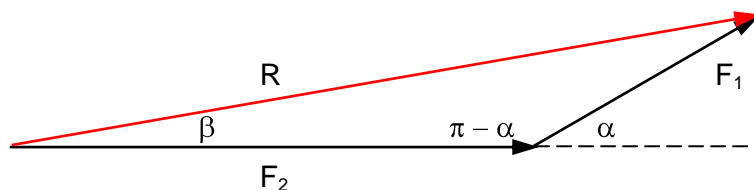
2.4. Opgaven

1. Bepaal grafisch en analytisch de richting en grootte van de resultante, in volgende gevallen; $F_1 = 4 \text{ kN}$ $F_2 = 7 \text{ kN}$:

- 1) $\alpha = 30^\circ$
- 2) $\alpha = 45^\circ$
- 3) $\alpha = 90^\circ$
- 4) $\alpha = 135^\circ$
- 5) $\alpha = 180^\circ$



grafisch : krachtenschaal : $1 \text{ cm} \hat{=} 1 \text{ kN}$



analytisch :

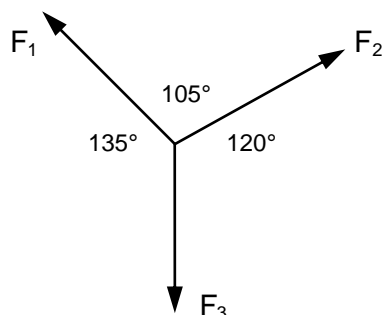
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 F_2 \cos(\pi - \alpha)} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha}$$

$$\sin \beta = \frac{F_1 \sin(\pi - \alpha)}{R} = \frac{F_1 \sin \alpha}{R}$$

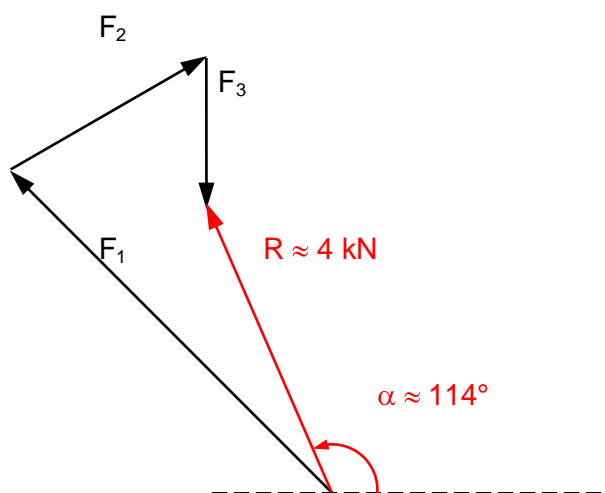
α	R (kN)	β
30°	10,65	$10,82^\circ$
45°	10,23	$16,05^\circ$
90°	8,06	$29,75^\circ$
135°	5,04	$34,14^\circ$
180°	3	0°

2. Bepaal grafisch en analytisch de richting en grootte van de resultante.

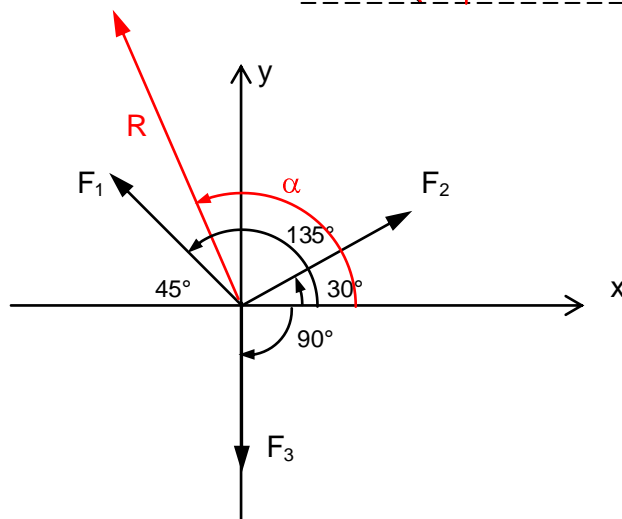
$$F_1 = 6 \text{ kN} \quad F_2 = 3 \text{ kN} \quad F_3 = 2 \text{ kN}$$



grafisch : krachtschaal : 1 cm $\hat{=}$ 1 kN



analytisch :



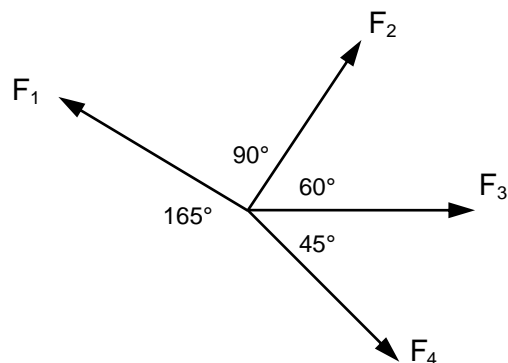
$$R_x = -6000 \cos 45^\circ + 3000 \cos 30^\circ + 0 = -4242,6 + 2598 = -1644,6 \text{ N}$$

$$R_y = 6000 \cos 45^\circ + 3000 \cos 60^\circ - 2000 = 4242,6 + 1500 - 2000 = 3742,6 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 4088 \text{ N}$$

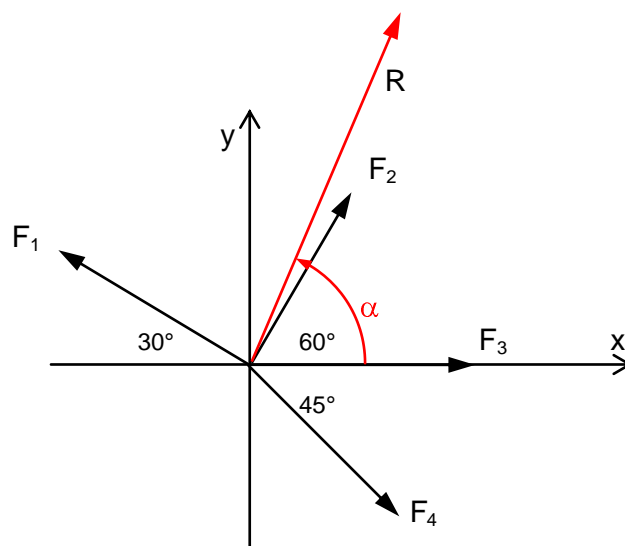
$$\text{tg } \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{3742,6}{-1644,6} = -2,276 \rightarrow \alpha = -66,3^\circ \quad \text{of} \quad \alpha = 113,7^\circ$$

3. Bepaal grafisch en analytisch de richting en grootte van de resultante van de krachten :
 $F_1 = 600 \text{ N}$ $F_2 = 350 \text{ N}$ $F_3 = 400 \text{ N}$ $F_4 = 200 \text{ N}$



grafisch : $R \approx 500 \text{ N}$ $\alpha \approx 67^\circ$

analytisch :



$$R_x = -600 \cos 30^\circ + 350 \cos 60^\circ + 400 + 200 \cos 45^\circ$$

$$R_x = -519,6 + 175 + 400 + 141,4 = 196,8 \text{ N}$$

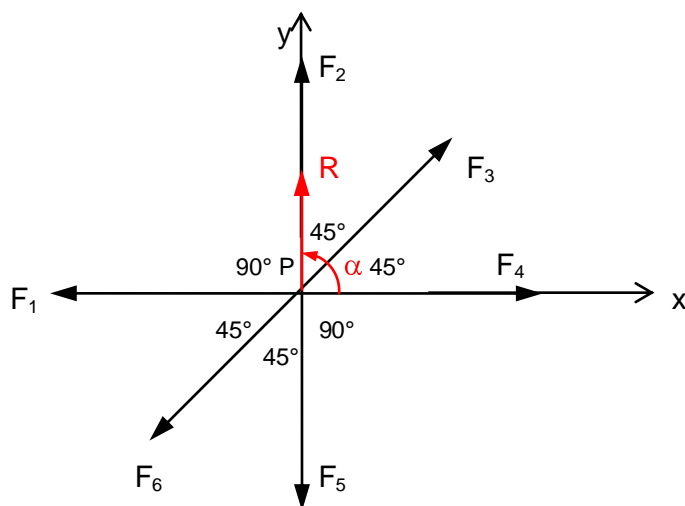
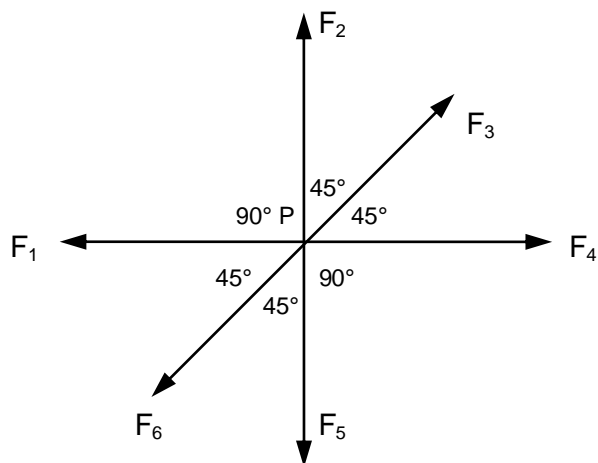
$$R_y = 600 \sin 30^\circ + 350 \sin 60^\circ + 0 - 200 \sin 45^\circ$$

$$R_y = 300 + 303,1 - 141,4 = 461,7 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 502 \text{ N}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{461,7}{196,8} = 2,346 \quad \rightarrow \quad \alpha = 66,9^\circ$$

4. Bepaal grafisch en analytisch de richting en grootte van de resultante van de krachten aangrijpend in het punt P : $F_1 = 5 \text{ kN}$ $F_2 = 5 \text{ kN}$ $F_3 = 4,5 \text{ kN}$ $F_4 = 5 \text{ kN}$
 $F_5 = 3,5 \text{ kN}$ $F_6 = 4,5 \text{ kN}$.



Naar analogie van voorgaande oefeningen 2 en 3 :

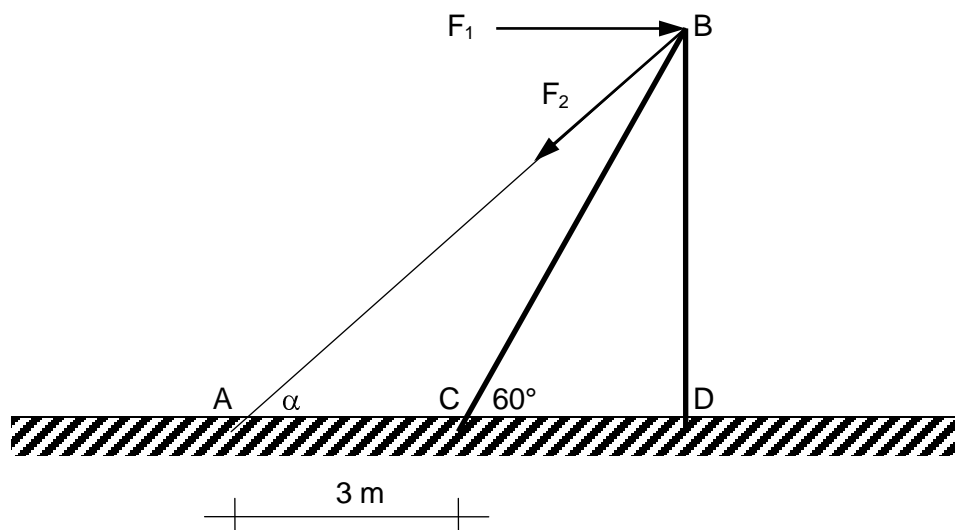
$$R_x = 0 \text{ N}$$

$$R_y = 1,5 \text{ kN}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 1,5 \text{ kN}$$

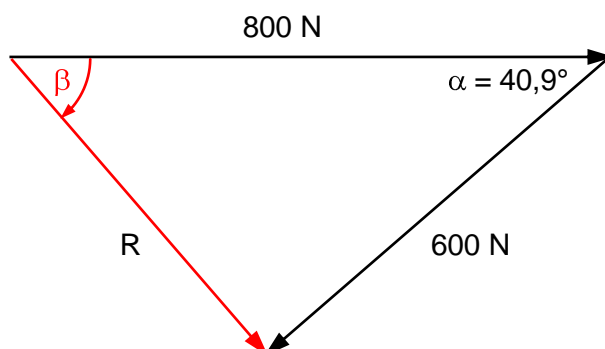
$$\text{tg } \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{1,5}{0} = \infty \rightarrow \alpha = 90^\circ$$

5. Bepaal grafisch en analytisch de richting en de grootte van de kracht die de 2 krachten $F_1 = 800 \text{ N}$ en $F_2 = 600 \text{ N}$, die inwerken op de massieve structuur BCD in punt B, kan vervangen. Lengte BC = 6 m.



grafisch : schaal : $1 \text{ cm} \hat{=} 1 \text{ kN}$

eerst α bepalen : $\text{tg } \alpha = \frac{BD}{AD} = \frac{6 \sin 60^\circ}{3 + 6 \cos 60^\circ} = 0,866 \rightarrow \alpha = 40,9^\circ$



$R \approx 520 \text{ N}$ $\beta \approx 48^\circ$

analytisch :

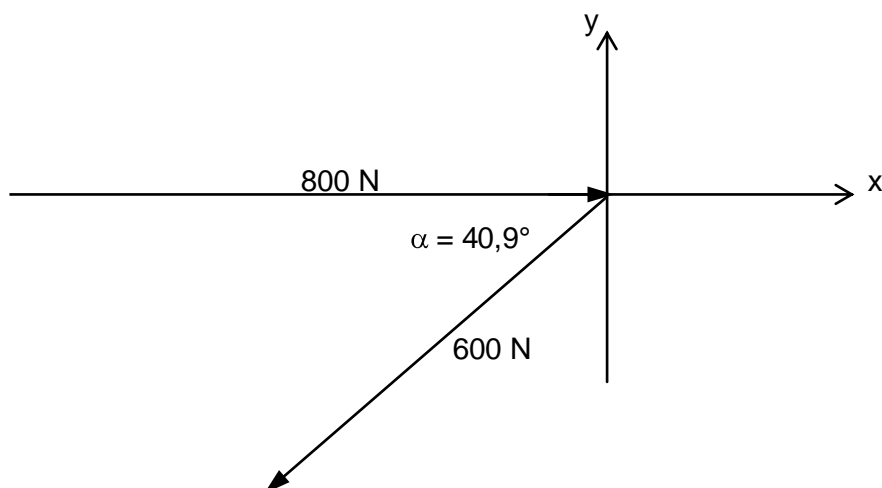
$$R = \sqrt{800^2 + 600^2 - 2 \cdot 800 \cdot 600 \cos 40,9^\circ} = 523,8 \text{ N}$$

$$\beta \text{ volgt uit de sinusregel : } \frac{600}{\sin \beta} = \frac{523,8}{\sin 40,9^\circ} \rightarrow \sin \beta = \frac{600 \sin 40,9^\circ}{523,8} = 0,75 \rightarrow \beta = 48,6^\circ$$

$$\beta \text{ volgt ook uit de cosinusregel : } 600^2 = 800^2 + 523,8^2 - 2 \cdot 800 \cdot 523,8 \cos \beta$$

$$\rightarrow \cos \beta = \frac{800^2 + 523,8^2 - 600^2}{2 \cdot 800 \cdot 523,8} = 0,661 \rightarrow \beta = 48,6^\circ$$

Opmerking : R en β kunnen ook als volgt gevonden worden :



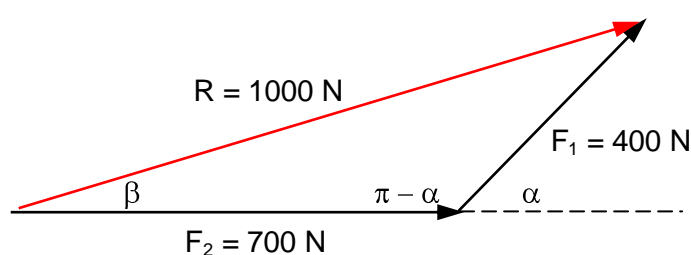
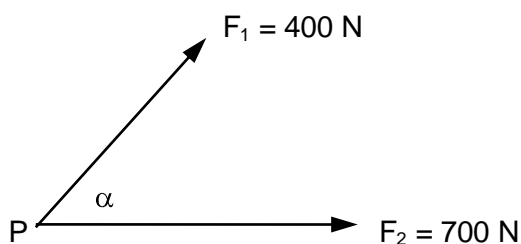
$$R_x = 800 - 600 \cos 40,9^\circ = 346,5 \text{ N}$$

$$R_y = 0 - 600 \sin 40,9^\circ = -392,8 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 523,8 \text{ N}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-392,8}{346,5} = -1,134 \rightarrow \beta = -48,6^\circ$$

6. Onder welke hoek α dient de kracht $F_1 = 400 \text{ N}$ in punt P aan te grijpen opdat de resultante R van de kracht F_1 en de horizontale kracht $F_2 = 700 \text{ N}$ gelijk zou zijn aan 1000 N ? Wat zal, voor die hoek α , de grootte zijn van de hoek β die R maakt met F_2 ?



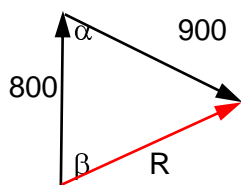
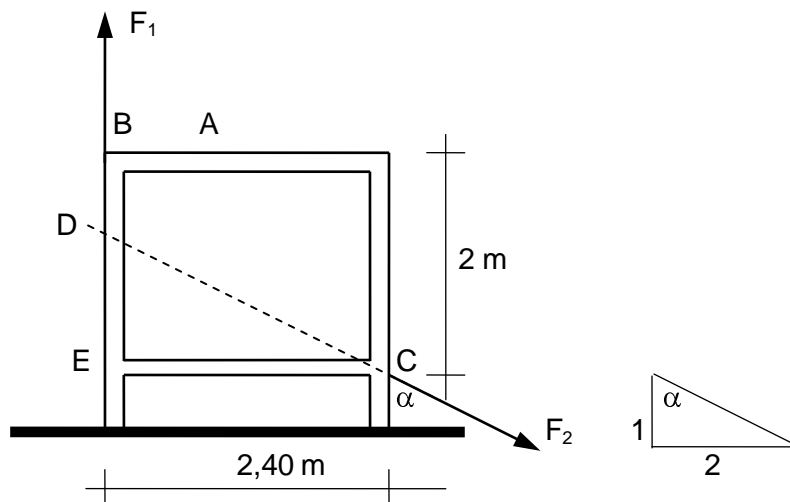
$$\text{cosinusregel : } R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 F_1 F_2 \cos(\pi - \alpha) = F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \cos \alpha$$

$$\rightarrow \cos \alpha = \frac{R^2 - F_1^2 - F_2^2}{2 F_1 F_2} = 0,625 \quad \alpha = 51,3^\circ$$

$$\text{sinusregel : } \frac{400}{\sin \beta} = \frac{1000}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{1000}{\sin \alpha} \rightarrow \sin \beta = 0,312 \rightarrow \beta = 18,2^\circ$$

(β kan ook bepaald worden met de cosinusregel)

7. Vervang de 2 krachten $F_1 = 800 \text{ N}$ en $F_2 = 900 \text{ N}$ die aangrijpen op het raamwerk in de punten B en C door hun resultante R die aangrijpt in een punt A op de bovenrand. Bepaal de resultante R en de afstand AB.



$$\text{tg } \alpha = 2 \quad \rightarrow \quad \alpha = 63,43^\circ$$

$$R^2 = 800^2 + 900^2 - 2 \cdot 800 \cdot 900 \cos 63,43^\circ$$

$$\rightarrow \quad R = 897,7 \text{ N}$$

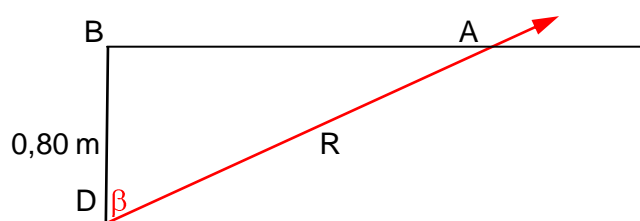
$$\text{sinusregel: } \frac{900}{\sin \beta} = \frac{897,7}{\sin 63,43^\circ}$$

$$\sin \beta = 0,897 \quad \rightarrow \quad \beta = 63,73^\circ$$

F_2 snijdt de werklijn van F_1 in D \rightarrow $DB = BE - DE = 2 - 1,20 = 0,80 \text{ m}$

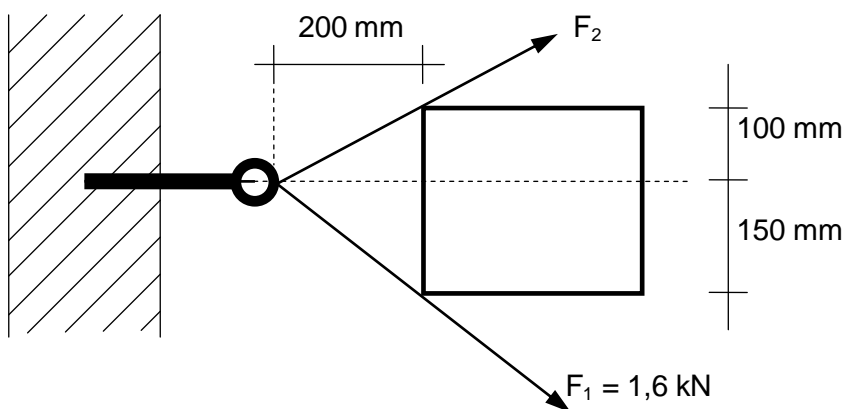
D is het snijpunt van F_1 en F_2 en R

Daaruit volgt :



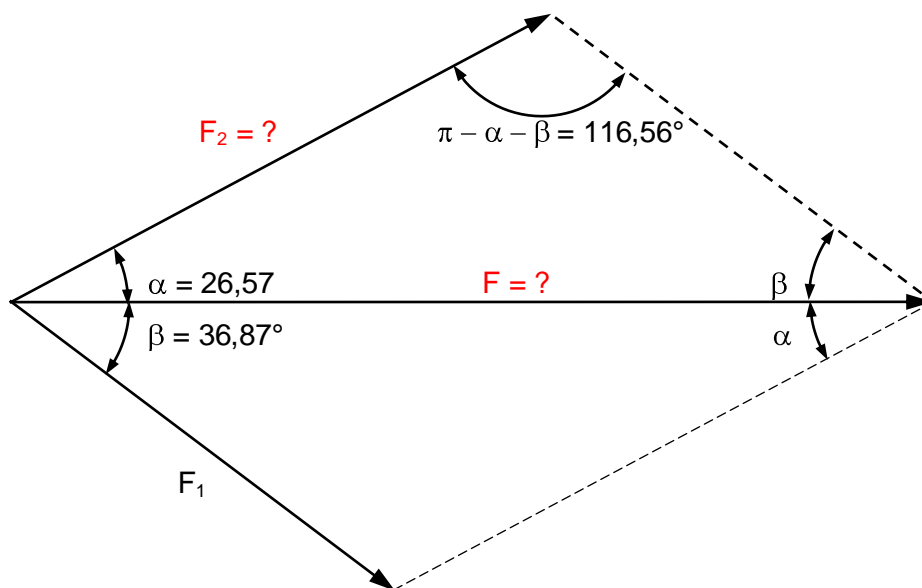
$$AB = BD \text{ tg } \beta = 0,80 \text{ tg } 63,73^\circ = 1,62 \text{ m}$$

8. Men wenst de verankering te verwijderen door een horizontale trekkraft F uit te oefenen. Een obstructie belet dat echter, zodat via kabels 2 schuine trekkraften dienen uitgeoefend te worden, de ene kracht F_1 met grootte 1,6 kN, en de andere F_2 . **Bepaal de grootte van F_2 en van F .**



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{100}{200} = 0,50 \quad \rightarrow \quad \alpha = 26,57^\circ$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{150}{200} = 0,75 \quad \rightarrow \quad \beta = 36,87^\circ$$



$$\frac{F_2}{\sin 36,87^\circ} = \frac{F}{\sin 116,56^\circ} = \frac{F_1}{\sin 26,57^\circ}$$

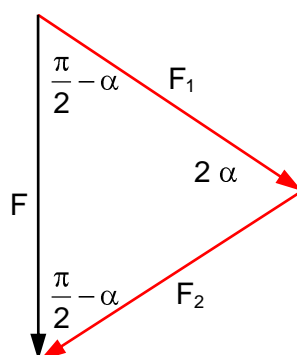
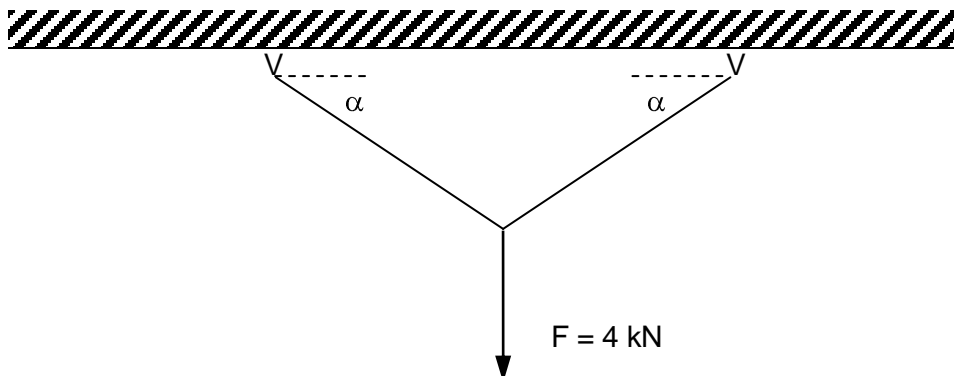
$$F_2 = \frac{F_1 \sin 36,87^\circ}{\sin 26,57^\circ} = 2,15 \text{ kN} \quad \text{en}$$

$$F = \frac{F_1 \sin 116,56^\circ}{\sin 26,57^\circ} = 3,20 \text{ kN}$$

grafisch : uit de tekening (schaal 1 cm $\hat{=}$ 0,25 kN) volgt :

$$F_2 \approx 2,15 \text{ kN} \quad \text{en} \quad F \approx 3,20 \text{ kN}$$

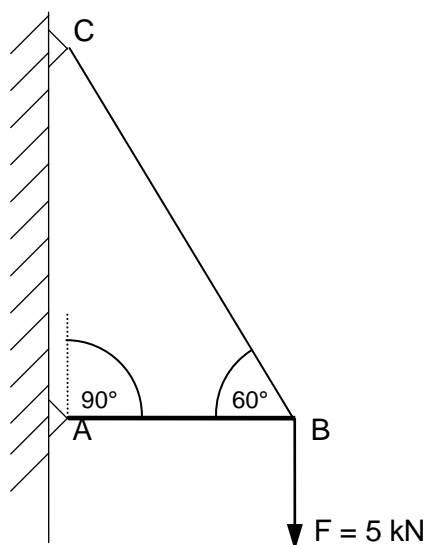
9. Bepaal zowel grafisch als analytisch de krachten in de kabel, voor volgende waarden van α : 15° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90°



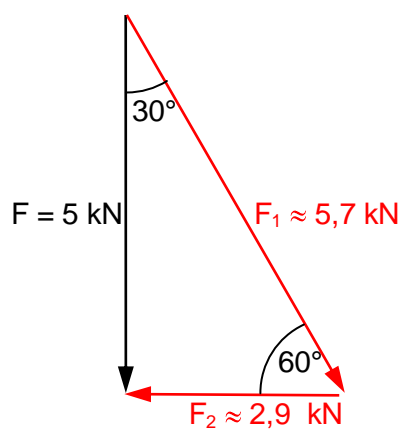
$$\frac{F_1}{\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)} = \frac{F_2}{\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)} = \frac{F}{\sin 2\alpha} \quad \rightarrow \quad F_1 = F_2 = \frac{F \sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)}{\sin 2\alpha} = \frac{F \sin \alpha}{\sin 2\alpha}$$

α	$F_1 = F_2$
15°	7,73 kN
30°	4
45°	2,83
60°	2,31
75°	2,07
90°	2

10. Bepaal grafisch en analytisch de krachten in laadboom AB en kabel BC.



grafisch : (schaal 1 cm $\hat{=}$ 1 kN)

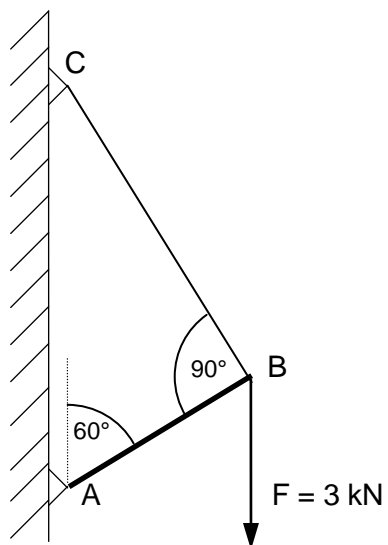


analytisch :

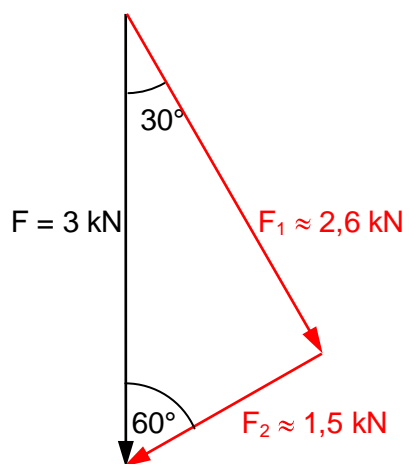
$$F_1 = \frac{5}{\cos 30^\circ} = \frac{5}{\sin 60^\circ} = 5,77 \text{ kN (trek)}$$

$$F_2 = 5 \operatorname{tg} 30^\circ = 2,89 \text{ kN (druk)}$$

11. Bepaal grafisch en analytisch de krachten in laadboom AB en kabel BC.



grafisch : (schaal 1 cm $\hat{=}$ 0,5 kN)

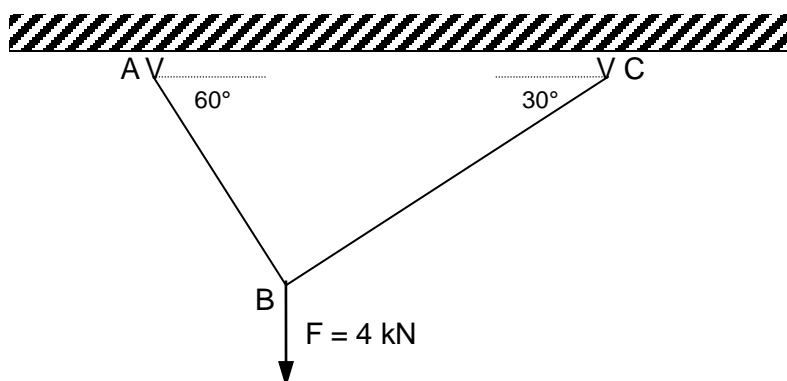


analytisch :

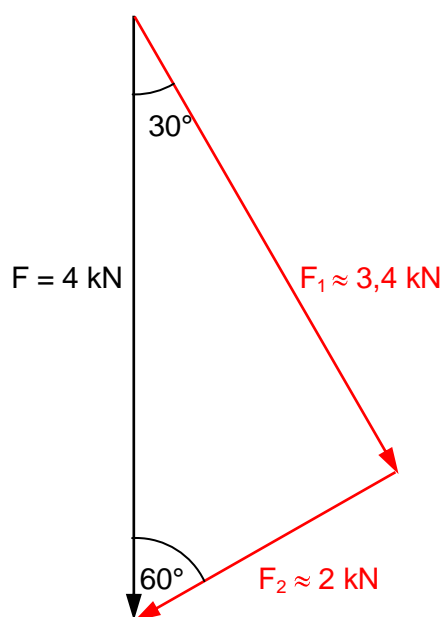
$$F_1 = F \cos 30^\circ = F \sin 60^\circ = 2,60 \text{ kN (trek)}$$

$$F_2 = F \sin 30^\circ = F \cos 60^\circ = 1,50 \text{ kN (druk)}$$

12. Bepaal grafisch en analytisch de krachten in de kabeleinden AB en BC.



grafisch : (schaal $1 \text{ cm} \hat{=} 0,5 \text{ kN}$)

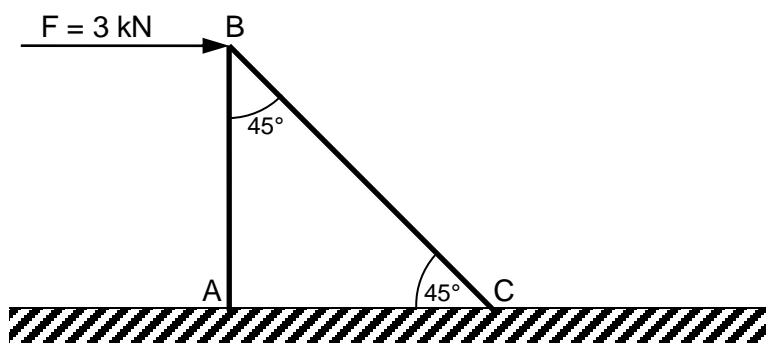


analytisch :

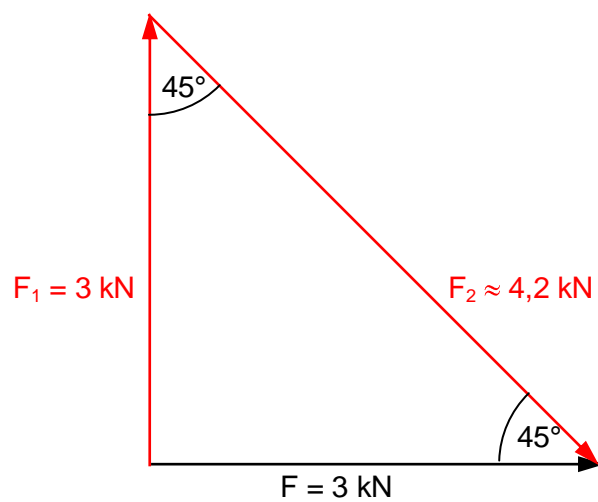
$$F_1 = F \cos 30^\circ = F \sin 60^\circ = 3,46 \text{ kN (trek)}$$

$$F_2 = F \sin 30^\circ = F \cos 60^\circ = 2 \text{ kN (druk)}$$

13. Bepaal van het stootjuk grafisch en analytisch de krachten in de poten AB en BC.



grafisch : (schaal 1 cm $\hat{=}$ 0,5 kN)

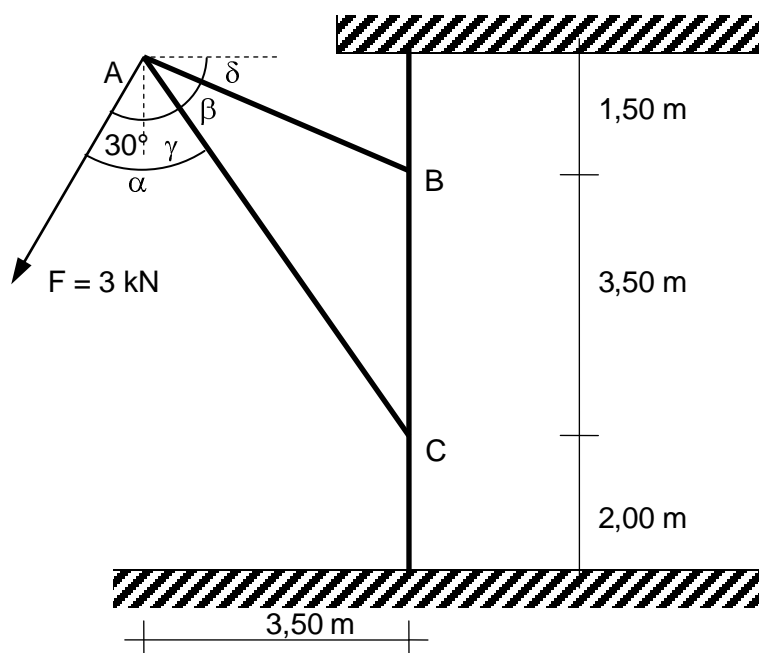


analytisch :

$$F_1 = F \tan 45^\circ = 3 \text{ kN (trek)}$$

$$F_2 = \frac{F}{\cos 45^\circ} = 4,24 \text{ kN (druk)}$$

14. Bepaal grafisch en analytisch de krachten in AB en AC.



hoek α van F met F_1 (in AC) : $\alpha = 30^\circ + \gamma$

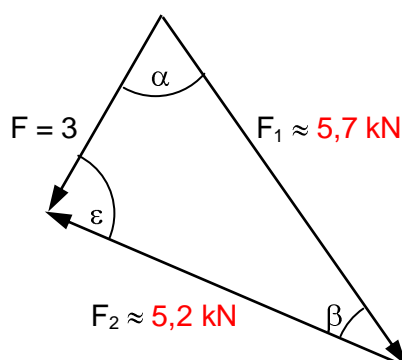
$$\text{tg } \gamma = \frac{3,50}{5} = 0,70 \rightarrow \gamma = 35^\circ \rightarrow \alpha = 65^\circ$$

hoek β van F_1 met F_2 (in AB) : $\beta = 90^\circ - \gamma - \delta$

$$\text{tg } \delta = \frac{1,50}{3,50} = 0,43 \rightarrow \delta = 23,2^\circ \rightarrow \beta = 90^\circ - 35^\circ - 23,2^\circ = 31,8^\circ$$

$$\rightarrow \varepsilon = 180^\circ - \alpha - \beta = 83,2^\circ$$

grafisch : (schaal 1 cm $\hat{=}$ 1 kN)

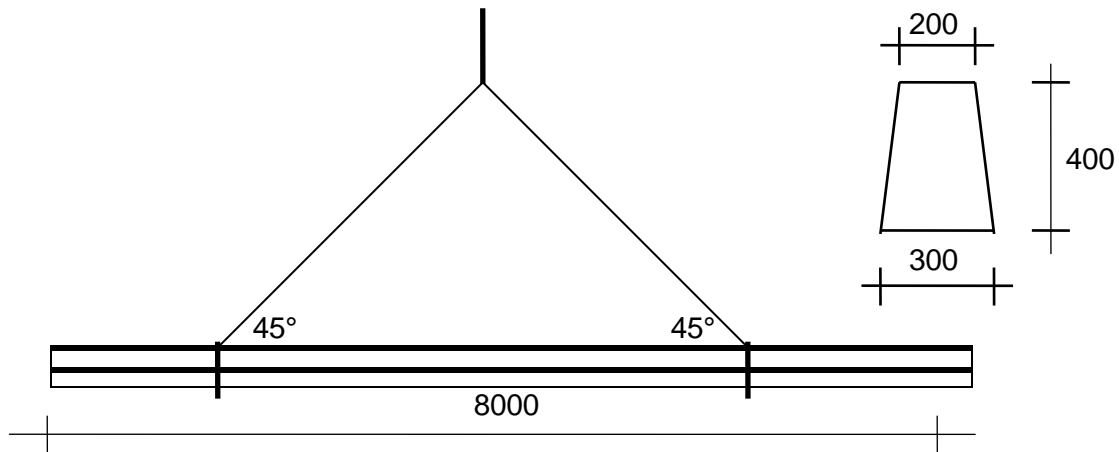


analytisch :

$$\frac{F_1}{\sin 83,2^\circ} = \frac{F_2}{\sin 65^\circ} = \frac{3}{\sin 31,8^\circ} \rightarrow F_1 = \frac{3 \sin 83,2^\circ}{\sin 31,8^\circ} = 5,65 \text{ kN}$$

$$\rightarrow F_2 = \frac{3 \sin 65^\circ}{\sin 31,8^\circ} = 5,16 \text{ kN}$$

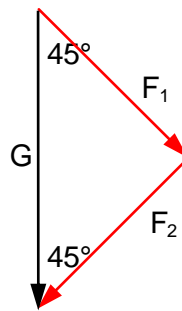
15. Bereken de kracht in de kabel waaraan de spanbetonligger hangt met gegeven afmetingen (1 m³ gewapend beton heeft een massa van 2500 kg; afmetingen in mm).



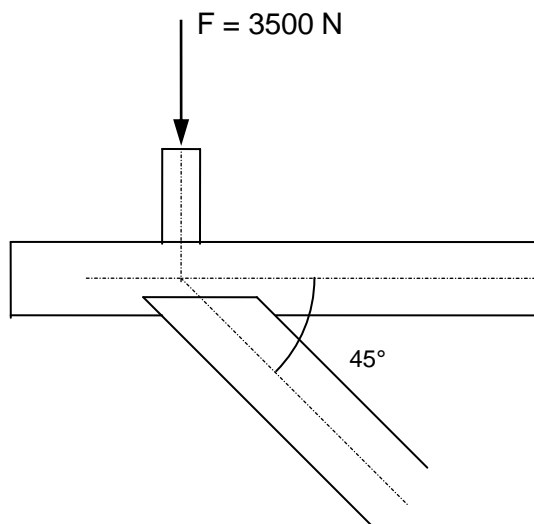
$$\text{volume } V \text{ van de ligger : } \frac{0,2 + 0,3}{2} \cdot 0,4 \cdot 8 = 0,8 \text{ m}^3$$

$$\text{gewicht } G \text{ van de ligger (2500 kg = 25000 N) : } 0,8 \cdot 25000 = 20000 \text{ N} = 20 \text{ kN}$$

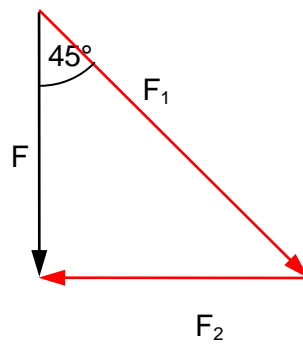
$$\rightarrow F_1 = F_2 = G \cos 45^\circ = G \sin 45^\circ = 14143 \text{ N}$$



16. Bepaal grafisch en analytisch de krachten in de houtconstructie.



grafisch : (schaal $1 \text{ cm} \hat{=} 1000 \text{ N}$)



$$F_1 \approx 4900 \text{ N}$$

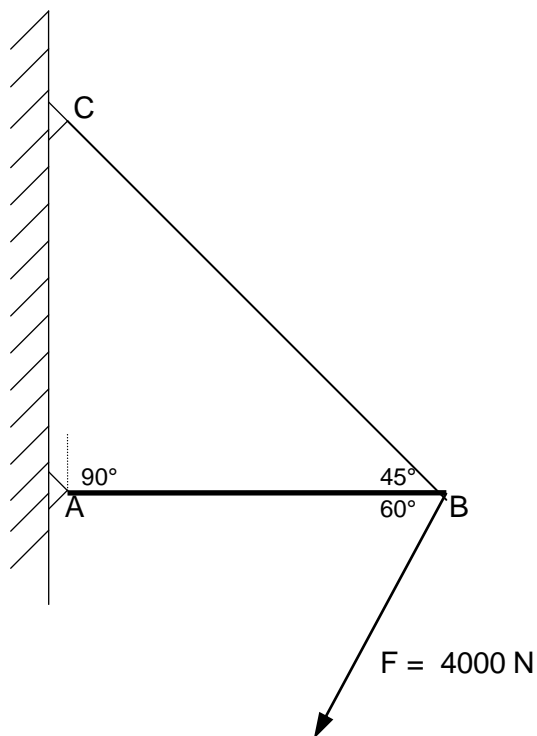
$$F_2 = F = 3500 \text{ N}$$

analytisch :

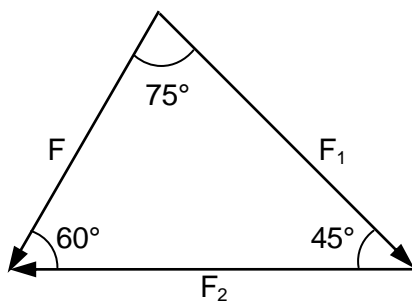
$$F_1 = \frac{F}{\cos 45^\circ} = 4950 \text{ N}$$

$$F_2 = F = 3500 \text{ N}$$

17. Bepaal grafisch en analytisch de krachten in laadboom AB en kabel BC.



grafisch : (schaal 1 cm $\hat{=}$ 1000 N)



F_1 (in CB) \approx 4900 N (trek)

F_2 (in AB) \approx 5500 N (druk)

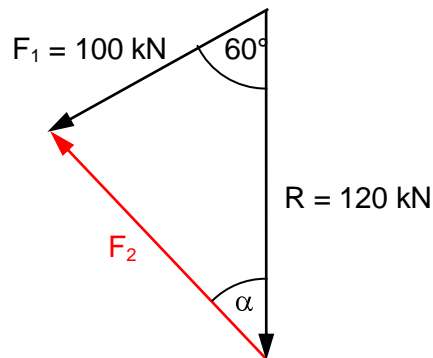
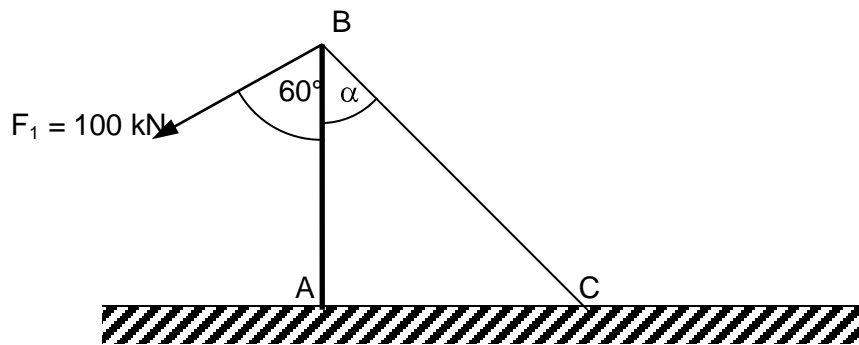
analytisch :

$$\frac{F_1}{\sin 60^\circ} = \frac{F_2}{\sin 75^\circ} = \frac{4000}{\sin 45^\circ}$$

$$\rightarrow F_1 = \frac{4000 \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = 4899 \text{ N}$$

$$\rightarrow F_2 = \frac{4000 \sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} = 5464 \text{ N}$$

18. Een mast AB, 4 m lang, waarop een kracht F_1 werkt in B, wordt in verticale stand gehouden door een kabel BC. Bepaal de maximale kracht F_2 in de kabel, als de kracht R in de mast niet groter mag worden dan 120 kN. Bepaal daarbij ook de minimale afstand AC.



$$F_2^2 = 100^2 + 120^2 - 2 \cdot 100 \cdot 120 \cdot \cos 60^\circ = 12400$$

$$F_2 = 111,4 \text{ kN} \text{ (= maximaal)}$$

$$\frac{F_1}{\sin \alpha} = \frac{F_2}{\sin 60^\circ} \rightarrow \sin \alpha = \frac{F_1 \sin 60^\circ}{F_2} = \frac{100 \sin 60^\circ}{111,4} = 0,78 \rightarrow \alpha = 51^\circ$$

$$AC \text{ (minimaal)} = AB \operatorname{tg} \alpha = 4 \operatorname{tg} 51^\circ = 4,95 \text{ m}$$